

# Didaktische Analyse

Wie können Lernende den Lerngegenstand erfassen?  
Welche Fehlvorstellungen könnten sie entwickeln?

# Fehler

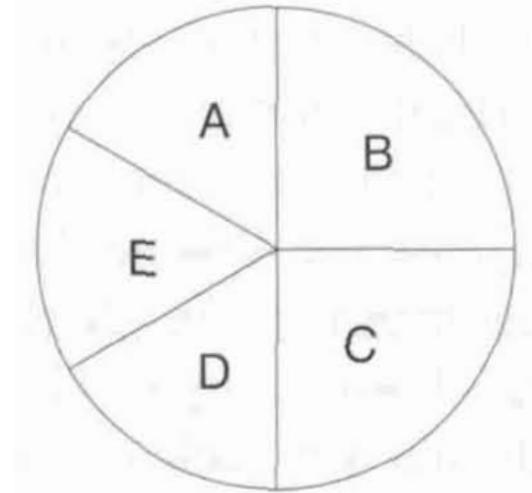
- „ein ‚Fehler‘ ist ein von einer Norm abweichender Sachverhalt oder Prozess, der es überhaupt erst ermöglicht, den diesem Sachverhalt oder Prozess entgegengesetzten richtigen normbezogenen Sachverhalt in seinen Abgrenzungen zu erkennen“ (Oser und Hascher, 1996, S. 4).
- Man unterscheide zwischen zufälligen, sich wiederholenden und systematischen Fehlern

|                    |                             |                                 |               |
|--------------------|-----------------------------|---------------------------------|---------------|
|                    | $\frac{2}{4}$               | $\frac{4}{12}$                  |               |
|                    |                             | <b><math>\frac{5}{4}</math></b> | $\frac{4}{6}$ |
|                    | 6                           |                                 |               |
| Berechne und kürze | $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ |                                 | $\frac{4}{4}$ |

|  |                |
|--|----------------|
| 40.000 Zuschauer sind in der Allianz-Arena. Etwa 25 % sind auswärtige Fans. Wie viele sind es? | 37.500         |
| 15000  | <b>10000</b>   |
|  | 15      15.000 |

# Fehler

- „ein ‚Fehler‘ ist ein von einer Norm abweichender Sachverhalt oder Prozess, der es überhaupt erst ermöglicht, den diesem Sachverhalt oder Prozess entgegengesetzten richtigen normbezogenen Sachverhalt in seinen Abgrenzungen zu erkennen“ (Oser und Hascher, 1996, S. 4).
- Man unterscheide zwischen zufälligen, sich wiederholenden und systematischen Fehlern



Wie groß ist der Anteil von B am ganzen Kreis?

Wie groß ist der Anteil von D am ganzen Kreis?

(Peter-Koop, Specht, 2011)

# Fehler als “mislungener conceptual change”

- ein conceptual change erfordert das Überwinden einer Denkhürde, die sich als Diskrepanz zwischen Gewohntem und Neuem ergibt
- gewohnte Denkweisen bei alten Lerninhalten passen nicht mehr bei neuen

| Aspekt                     | Natürliche Zahlen  | →  | Brüche  |
|----------------------------|--|--|---|
| Kardination                | Eine Zahl ist die Antwort auf die Frage “Wie viele?”           |   | Ein Bruch beschreibt Anteile, relative Anteile, Quotienten, Verhältnisse, ... |
| Symbolische Repräsentation | eindeutige symbolische Darstellung / Repräsentation einer Zahl |   | eine Bruchzahl wird durch viele Brüche repräsentiert                          |
| Ordnung                    | unterstützt durch natürliche Zählfolge                         |   | nicht durch natürliche Zählfolge gestützt                                     |
|                            | Existenz eines eindeutigen Nachfolgers (Diskretheit)           |   | kein eindeutiger Vorgänger und Nachfolger (Dichtheit)                         |
|                            | keine Zahl zwischen zwei benachbarten natürlichen Zahlen       |   | Dichtheit: unendlich viele Bruchzahlen zwischen je zwei Zahlen                |
| Addition – Subtraktion     | unterstützt durch natürliche Zählfolge                         |   | nicht durch natürliche Zählfolge gestützt                                     |
| Multiplikation             | Multiplikation vergrößert immer (außer bei 0,1)                |   | Multiplikation vergrößert (für $a > 1$ ) oder verkleinert (für $a < 1$ )      |
| Division                   | Dividieren verkleinert immer                                   |  | Division verkleinert oder vergrößert  |

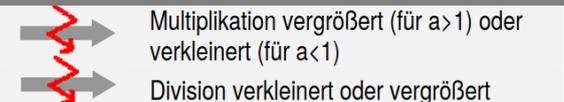
# Fehler als “mislungener conceptual change”

- ein conceptual change erfordert das Überwinden einer Denkhürde, die sich als Diskrepanz zwischen Gewohntem und Neuem ergibt
- gewohnte Denkweisen bei alten Lerninhalten passen nicht mehr bei neuen

| Aspekt                     | Natürliche Zahl  |
|----------------------------|--|
| Kardination                | Eine Zahl ist die auf die Frage “W   |
| Symbolische Repräsentation | eindeutige symb Repräsentation €   |
| Ordnung                    | unterstützt durch Existenz eines e Nachfolgers (Dis keine Zahl zwisc benachbarten ne |
| Addition – Subtraktion     | unterstützt durch  |
| Multiplikation             | Multiplikation vergrößert immer (außer bei 0,1)                                      |
| Division                   | Dividieren verkleinert immer   |

„Katharina hatte im Rahmen einer Hausaufgabe unter ordnungsgemäßer Anwendung der Bruchrechenregeln die Zahl 2 durch  $\frac{1}{4}$  dividiert und kam dann zu mir, weil sie sich über die 8 als Ergebnis wunderte.“

Heymann (1999)



# Fehler als “mislungener conceptual change”

- ein conceptual change erfordert das Überwinden einer Denkhürde, die sich als Diskrepanz zwischen Gewohntem und Neuem ergibt
- gewohnte Denkweisen bei alten Lerninhalten passen nicht mehr bei neuen

| Aspekt                     | Natürl                                     |
|----------------------------|--|
| Kardination                | Eine Z auf die                             |
| Symbolische Repräsentation | eindeu Reprä                               |
| Ordnung                    | unter<br>Existe<br>Nachf<br>keine<br>benad |
| Addition – Subtraktion     | unter                                      |
| Multiplikation             | Multipl<br>(auße                           |
| Division                   | Divid                                      |

fachdidaktische Perspektive:

Wenn die “gewohnten Denkweisen” nicht mehr passen, dann haben sie schon vorher nicht gepasst.

Denn offensichtlich erfassen sie den Lerngegenstand nicht in seiner ganzen mathematische Bedeutungsbreite.

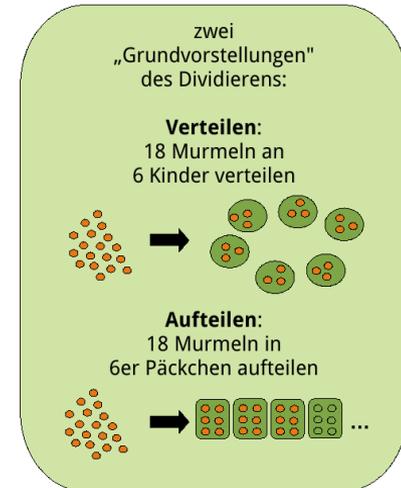
|   |
|---|
| nteile, relative<br>hältnisse, ...      |
| ch<br>ert                               |
| Zählfolge gestützt<br>nger und Nachfol- |
| le Bruchzahlen<br>en                    |
| Zählfolge gestützt                      |
| ert (für $a > 1$ ) oder                 |
| er vergrößert                           |

Prediger, 2007

# Verstehensgrundlagen legen oder reaktivieren

- Verstehensgrundlagen:
    - Grundvorstellungen
    - Operationale und
    - representationale Flexibilität
    - ...
- WiGORA

„Katharina hatte im Rahmen einer Hausaufgabe unter ordnungsgemäßer Anwendung der Bruchrechenregeln die Zahl 2 durch  $\frac{1}{4}$  dividiert und kam dann zu mir, weil sie sich über die 8 als Ergebnis wunderte.“



# Verstehensgrundlagen legen oder reaktivieren

- Verstehensgrundlagen:
    - Grundvorstellungen
    - Operationale und
    - representationale Flexibilität
    - ...
- WiGORA

